

# **Chapitre 6**

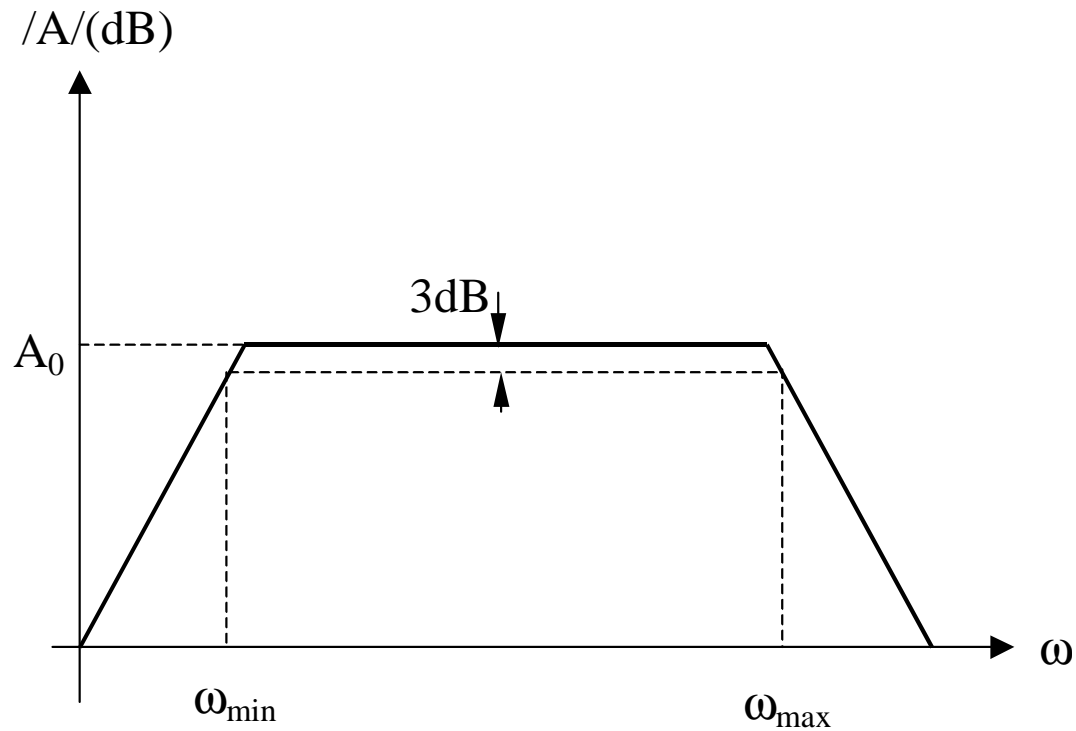
## **Réponse en fréquence des circuits. Stabilité**

## **6.1. La réponse en fréquence des fonctions élémentaires**

## **6.1.1. La bande de fréquence**

# 6.1. La réponse en fréquence des fonctions élémentaires

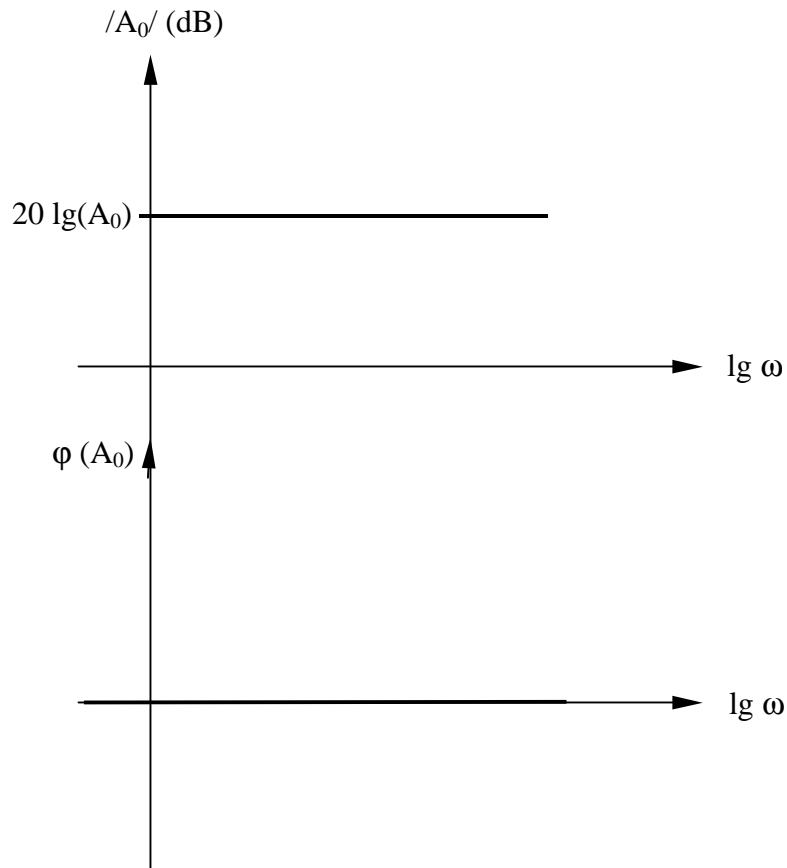
## 6.1.1. La bande de fréquence



## **6.1.2. La réponse en fréquence des fonctions élémentaires**

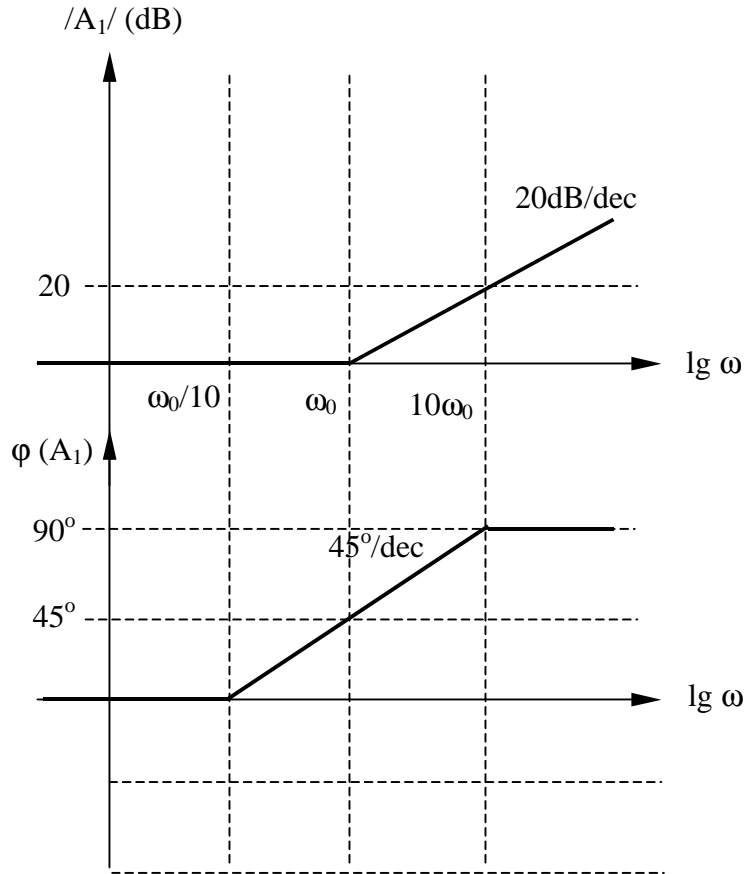
## 6.1.2. La réponse en fréquence des fonctions élémentaires

### Une constante



$$A_0 = ct.$$

# Un zéro simple



$$A_1 = 1 + j \frac{\omega}{\omega_0}$$

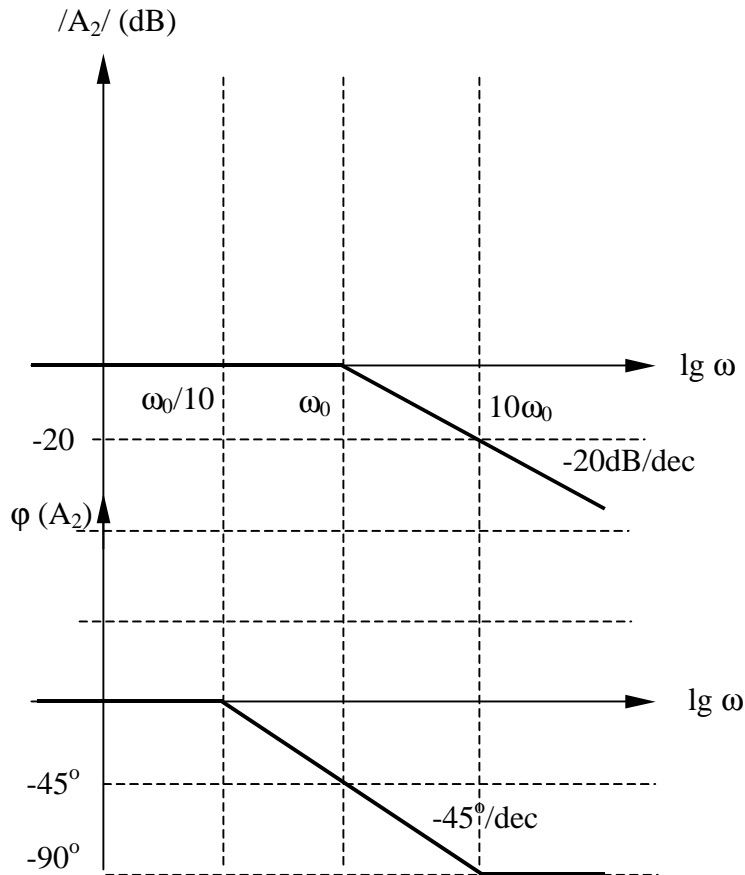
$$|A_1| = 20 \lg \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right]$$

$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow |A_1| \rightarrow 0$$

$$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow |A_1| \rightarrow 20 \lg \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_1) = \arctg \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

# Un pôle simple



$$A_2 = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$|A_2| = -20 \lg \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right]$$

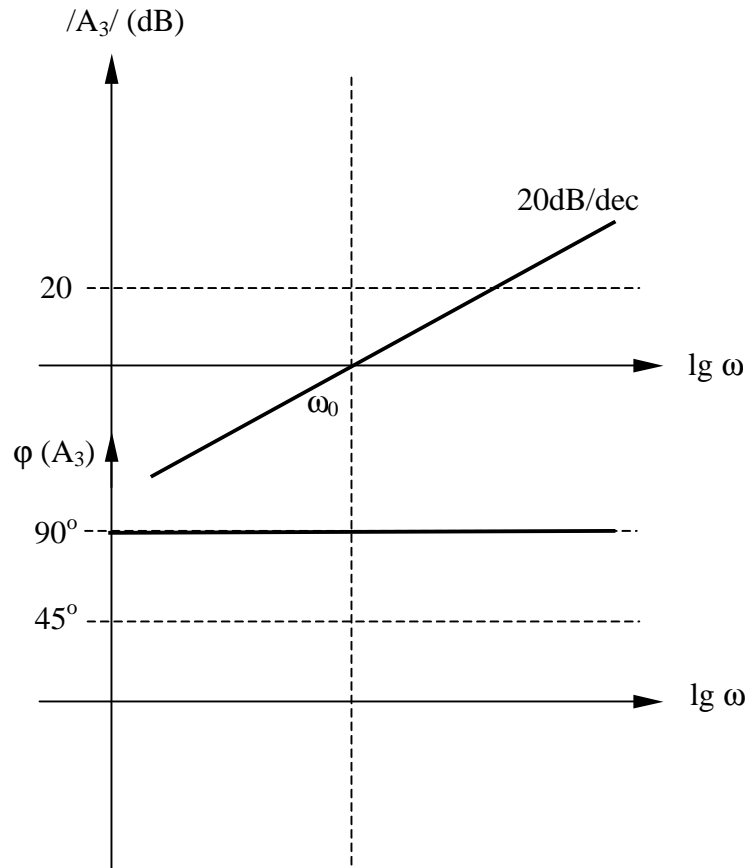
$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow |A_2| \rightarrow 0$$

$$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow |A_2| \rightarrow -20 \lg \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_2) = -\text{arctg} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$



# Un zéro simple d'origine

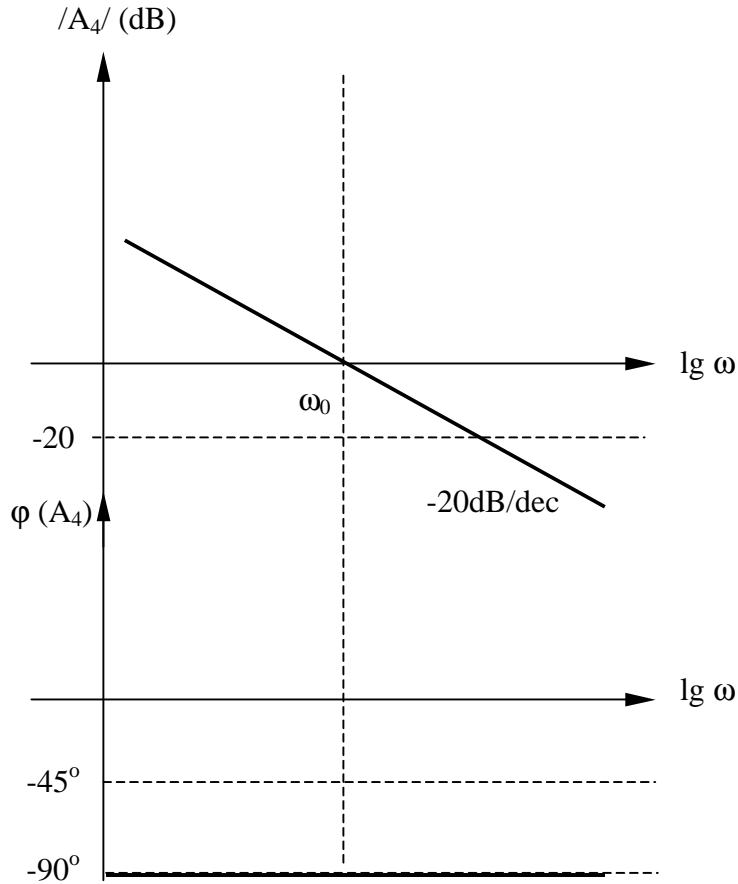


$$A_3 = j \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$|A_3| = 20 \lg \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_3) = 90^\circ$$

# Un pôle simple d'origine

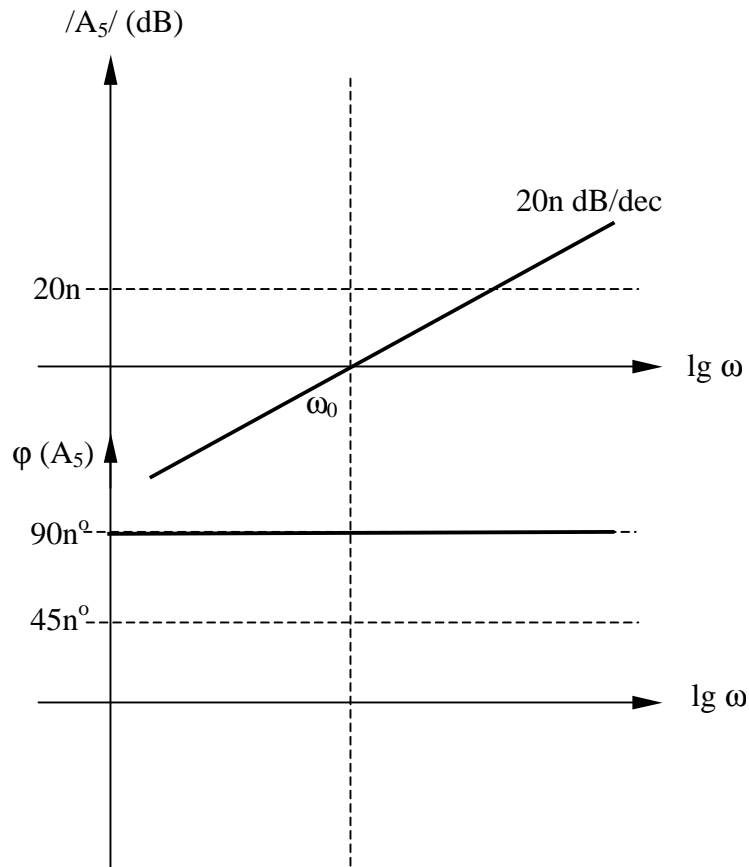


$$A_4 = \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$|A_4| = -20 \lg \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_4) = -90^\circ$$

# Un zéro multiple d'origine

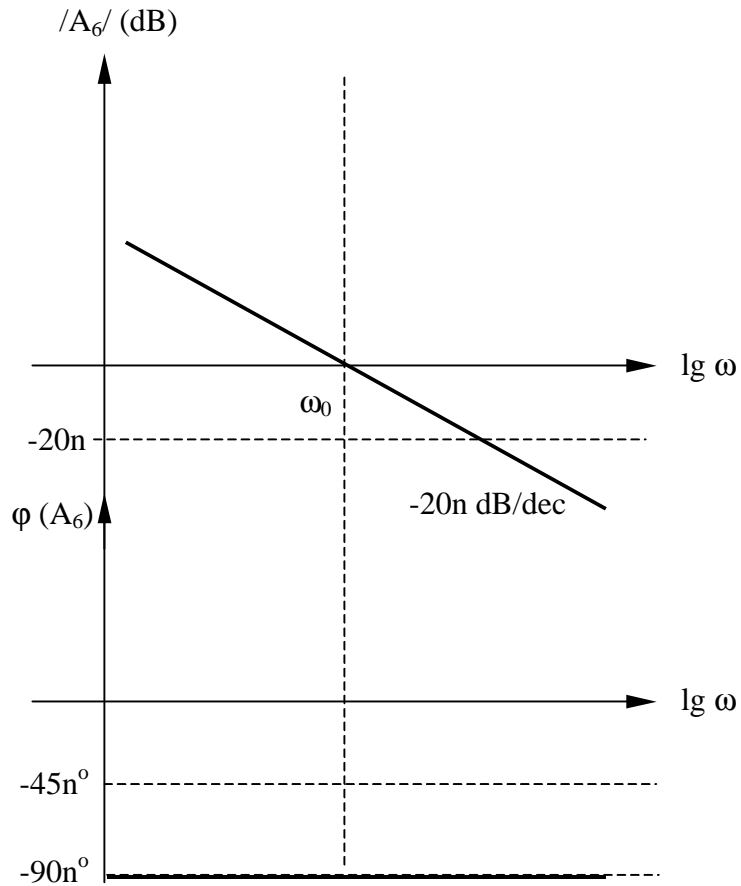


$$A_5 = \left( j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^n$$

$$|A_5| = 20 \times n \lg \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_5) = n \times 90^\circ$$

# Un pôle multiple d'origine

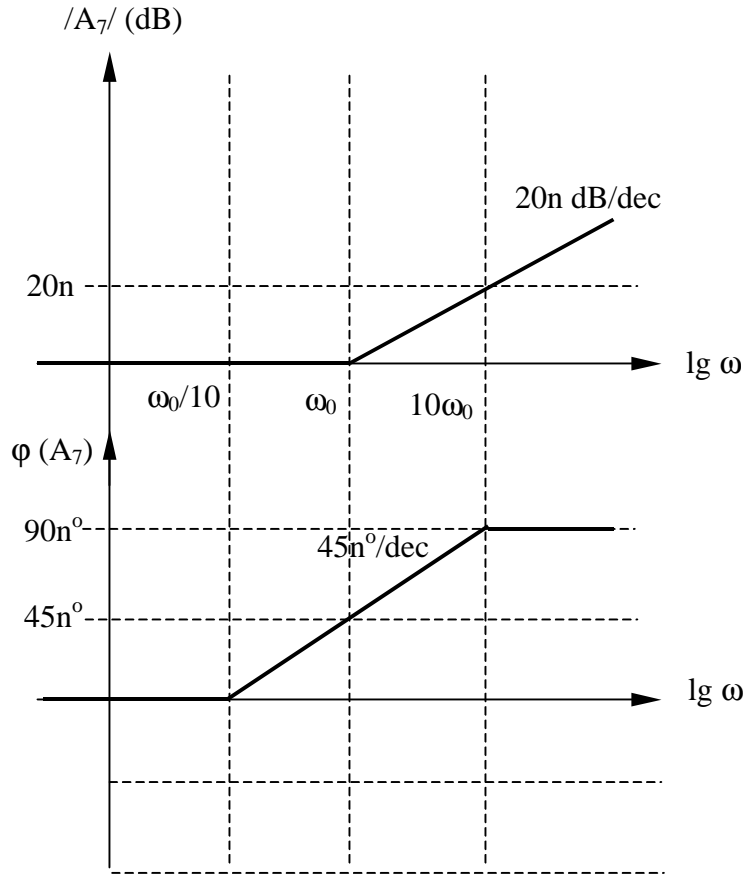


$$A_6 = \frac{I}{\left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^n}$$

$$|A_6| = -20 \times n \lg \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_6) = -n \times 90^\circ$$

# Un zéro multiple



$$A_7 = \left( 1 + j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^n$$

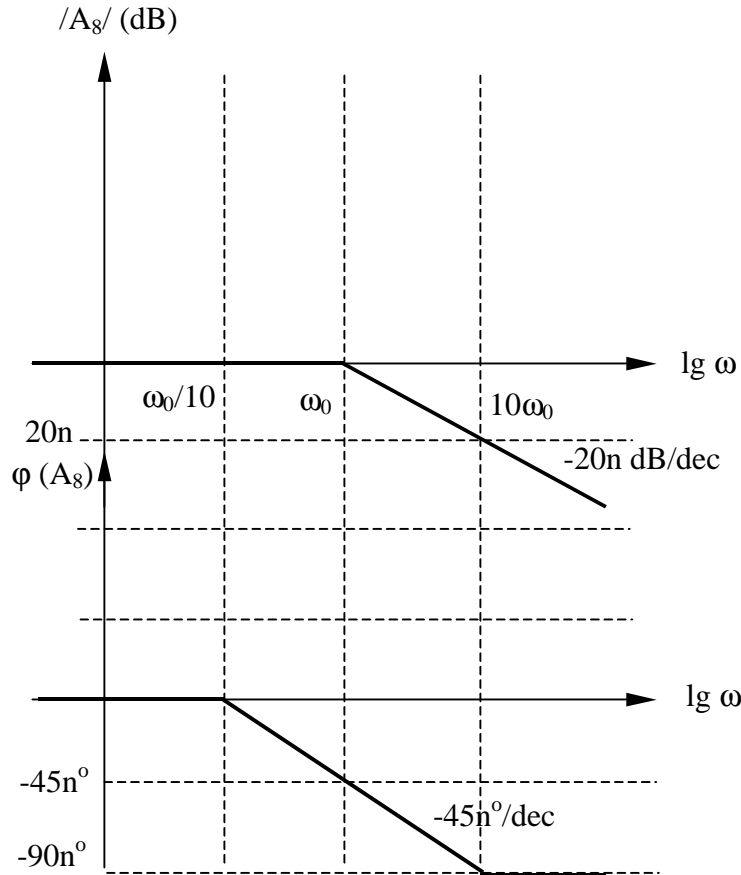
$$|A_7| = -20 \times n \lg \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right]$$

$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow |A_7| \rightarrow 0$$

$$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow |A_7| \rightarrow -20 \times n \lg \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_7) = -n \times \text{arctg} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

# Un pôle multiple



$$A_8 = \frac{1}{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^n}$$

$$|A_8| = -20 \times n \lg \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \right]$$

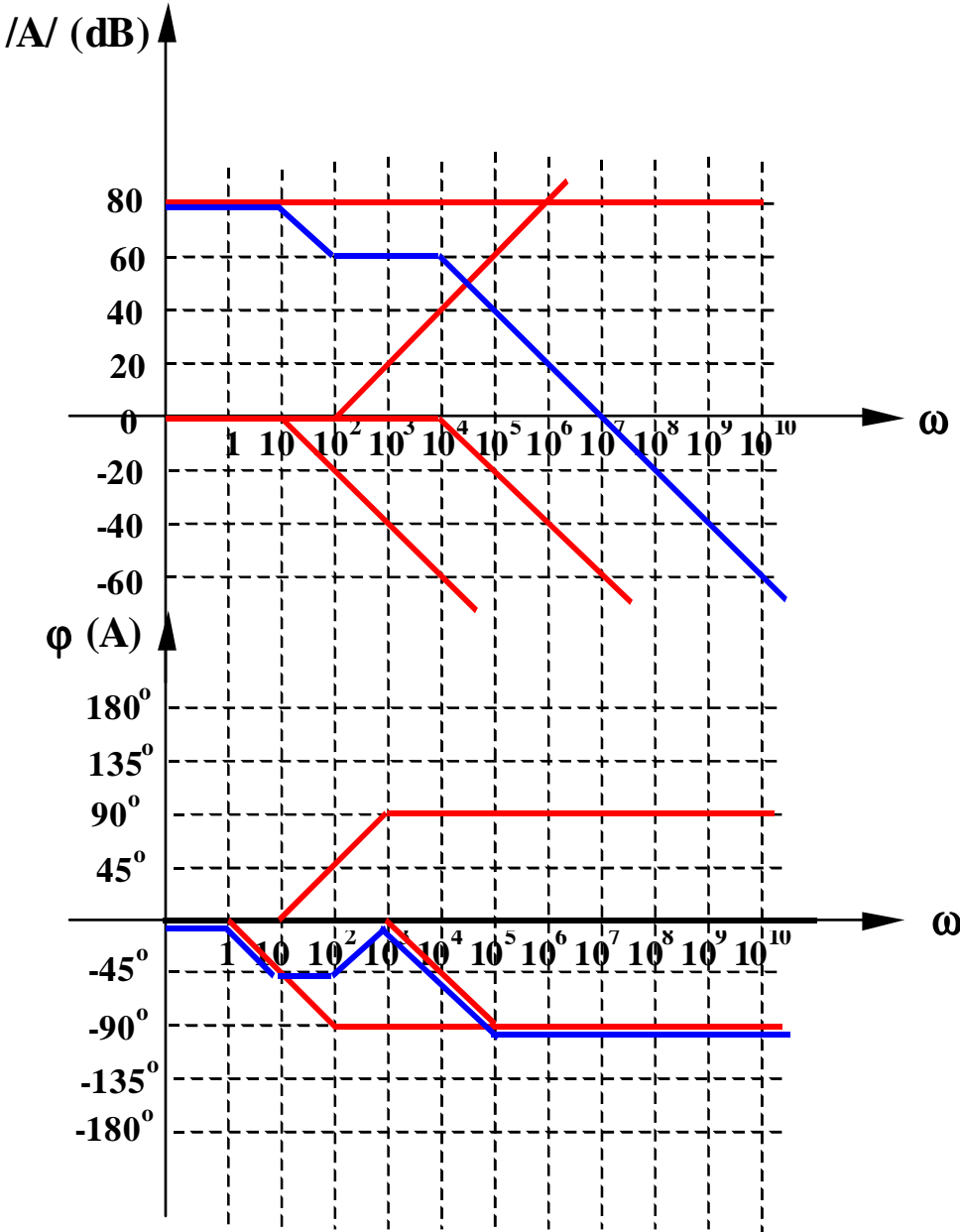
$$\omega \ll \omega_0 \Rightarrow |A_8| \rightarrow 0$$

$$\omega \gg \omega_0 \Rightarrow |A_8| \rightarrow -20 \times n \lg \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\varphi(A_8) = -n \times \arctg \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

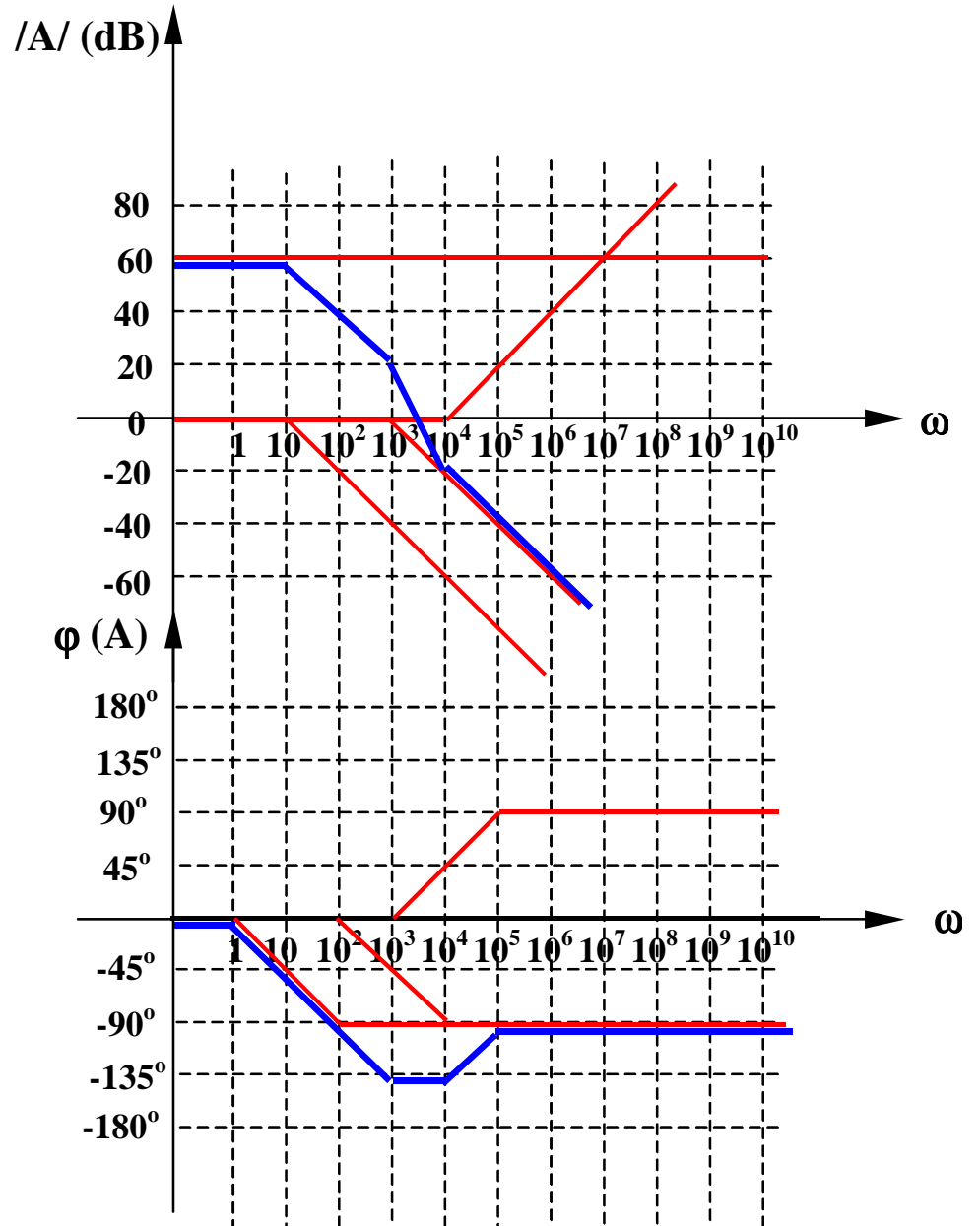
# Example 1

$$A(j\omega) = 10^4 \frac{1 + j \frac{\omega}{10^2}}{\left(1 + j \frac{\omega}{10}\right) \left(1 + j \frac{\omega}{10^4}\right)}$$



# Example 2

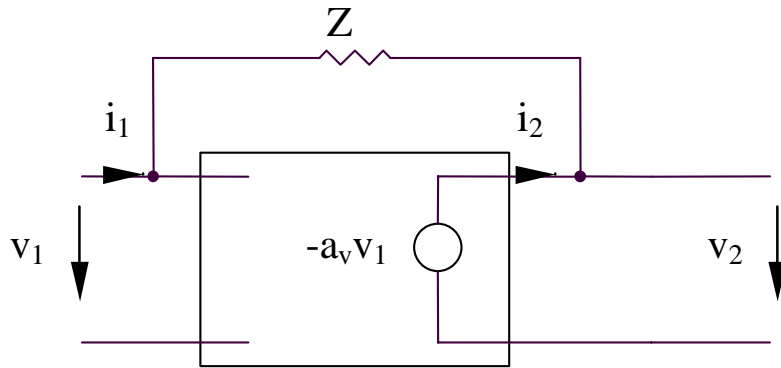
$$A(j\omega) = 10^3 \frac{1 + j \frac{\omega}{10^4}}{\left(1 + j \frac{\omega}{10}\right) \left(1 + j \frac{\omega}{10^3}\right)}$$



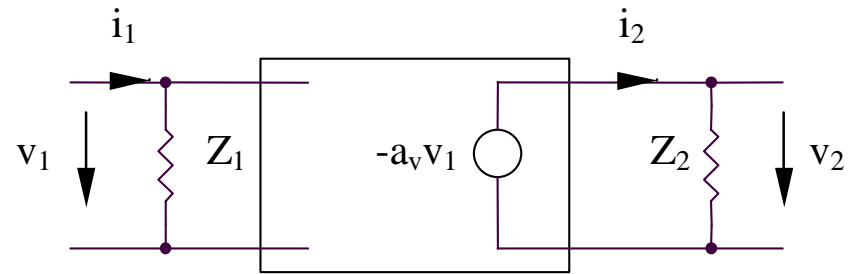


### **6.1.3. Théorème de Miller**

## 6.1.3. Théorème de Miller



(a)



(b)

$$i_1 = \frac{v_1 - v_2}{Z} = \frac{v_1 + a_v v_1}{Z} = \frac{(1 + a_v)v_1}{Z}$$

$$i_2 = \frac{v_2 - v_1}{Z} = -\frac{(1 + a_v)v_1}{Z}$$

$$i_1 = \frac{v_1}{Z_1}$$

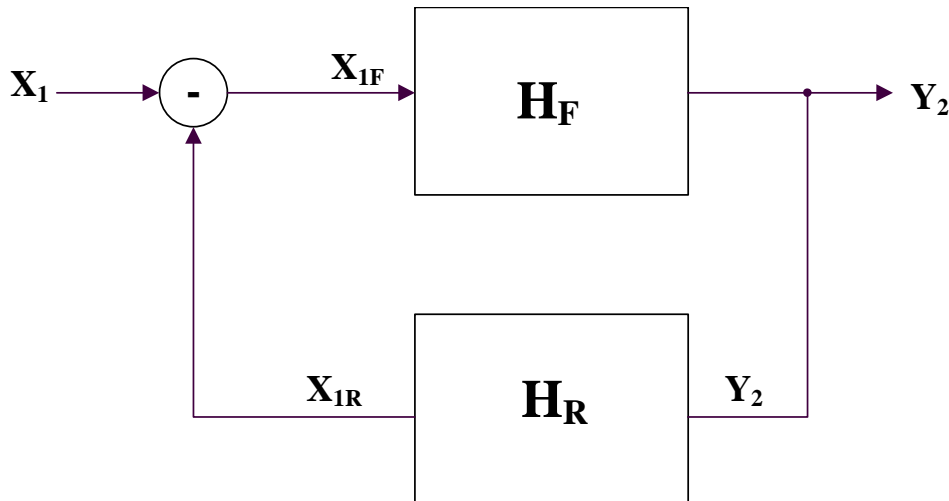
$$i_2 = \frac{v_2}{Z_2} = -\frac{a_v v_1}{Z_2}$$

$$\Rightarrow Z_1 = \frac{Z}{1 + a_v} \ll Z; \quad Z_2 = Z \frac{a_v}{1 + a_v} \cong Z$$

## **6.2. Amplificateurs avec la réaction**

## **6.2.1. Le schéma fonctionnel de l'amplificateur avec la réaction**

## 6.2.1. Le schéma fonctionnel de l'amplificateur avec la réaction



$$Y_2 = H_F X_{1F}$$

$$X_{1R} = H_R Y_2$$

$$X_{1F} = X_1 - X_{1R} = X_1 - H_F H_R X_{1F}$$

$X_1, Y$  sont des courants/tensions

Le gain global: 
$$H = \frac{Y_2}{X_1} = \frac{H_F}{1 + H_R H_F}$$

## **6.2.2. Types de réaction**

## 6.2.2. Types de réaction

- Réaction positive:  $|H| > |H_F|$      $|1 + H_F H_R| < 1$

- Réaction négative:  $|H| < |H_F|$      $|1 + H_F H_R| > 1$

### Cas particulier : réaction négative forte

Définition de la transmission de boucle:  $T = \frac{X_{1R}}{X_{1F}} = H_F H_R \gg 1$  ( $|H| \ll |H_F|$ )

il résulte  $H|_{T \gg 1} = \frac{H_F}{H_F H_R} = \frac{1}{H_R}$  - indépendant sur l'amplificateur

*Conclusion: pour la réaction négative forte,  
le gain avec la réaction est la fonction seulement sur la réaction*

## **6.3. Effets de réaction**



### **6.3.1. De-sensibilité d'amplificateur**

### 6.3.1. De-sensibilité d'amplificateur

$$\frac{dH}{dH_F} = \frac{d}{dH_F} \left( \frac{H_F}{1 + H_F H_R} \right) = \frac{1}{(1 + H_F H_R)^2}$$

$$\left| \frac{dH}{H} \right| = \frac{1}{|1 + H_R H_F|} \left| \frac{dH_F}{H_F} \right| = \frac{1}{|F|} \left| \frac{dH_F}{H_F} \right|$$

$$F = 1 + H_R H_F = 1 + T$$

(facteur de réaction)

### **6.3.2. Réduction de distortions**

## **6.3.2. Réduction de distortions**

*La réaction réduit l'effet de distortions.*

### **6.3.3. L'amélioration de la réponse en fréquence**

### 6.3.3. L'amélioration de la réponse en fréquence

Pour  $\omega_{\min}$

À supposer que l'amplificateur direct est caractérisé par un premier ordre fonction:

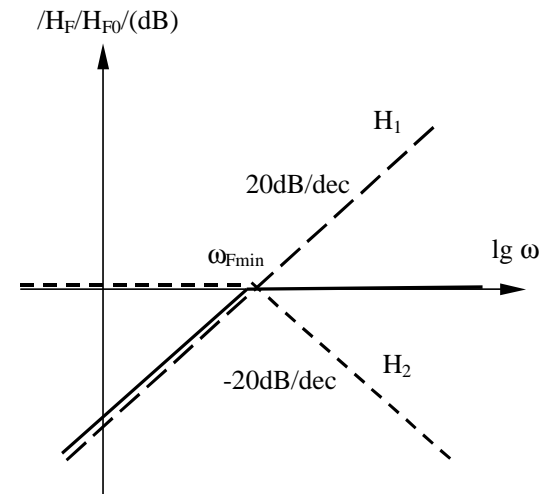
$$H_F(j\omega) = H_{F0} \frac{j\omega}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{F\min}}}$$

et cela que nous avons une réaction négative constante  $H_{R0}$ , il résulte:

$$H(j\omega) = \frac{H_F(j\omega)}{1 + H_F(j\omega)H_{R0}}$$

ainsi:

$$H(j\omega) = \frac{H_{F0} \frac{j\omega}{\omega_{F\min}}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{F\min}} + H_{F0}H_{R0} \frac{j\omega}{\omega_{F\min}}}$$



équivalent avec:

$$H(j\omega) = \frac{H_{F0}}{1 + H_{F0}H_{R0}} \frac{\frac{j\omega}{\omega_{F\min}} (1 + H_{F0}H_{R0})}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{F\min}} (1 + H_{F0}H_{R0})}$$

Il est possible de trouver la forme suivante de  $H(j\omega)$ :

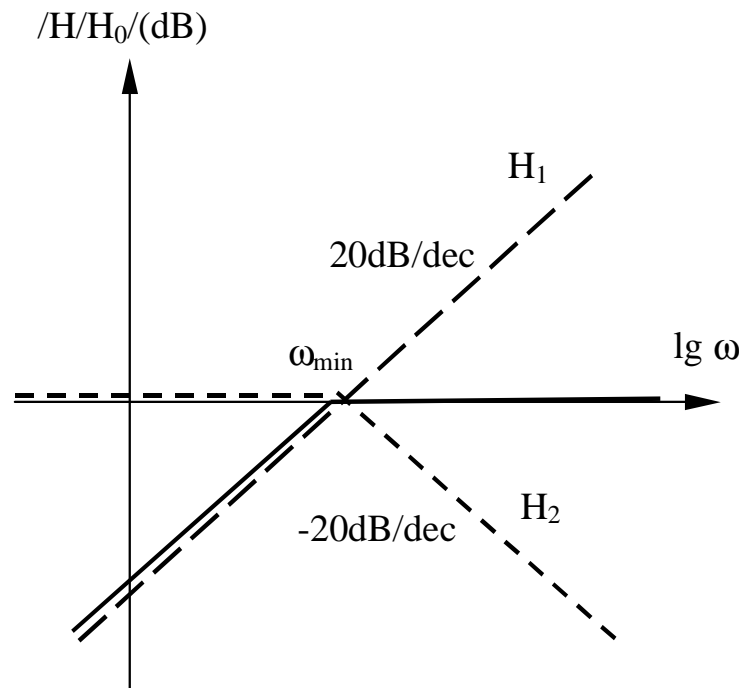
$$H(j\omega) = H_0 \frac{\frac{j\omega}{\omega_{\min}}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{\min}}}$$

où:

$$H_0 = \frac{H_{F0}}{1 + H_{F0}H_{R0}}$$

$$\omega_{\min} = \frac{\omega_{F\min}}{1 + H_{F0}H_{R0}}$$

**Conclusion:** *La largeur de bande d'amplificateur est augmentée avec le même facteur de la diminution de gain.*





### 6.3.3. L'amélioration de la réponse en fréquence

For  $\omega_{\max}$

À supposer que l'amplificateur direct est caractérisé par un premier ordre fonction:

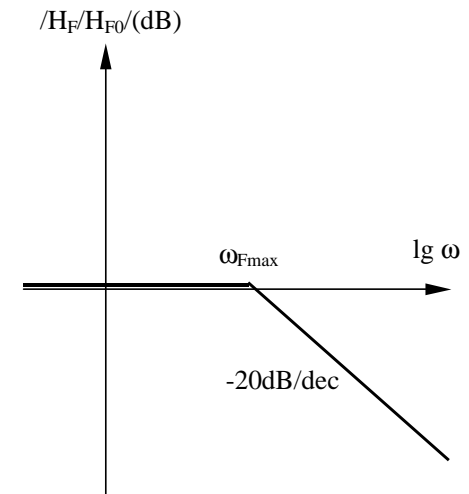
$$H_F(j\omega) = \frac{H_{F0}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{F \max}}}$$

et cela que nous avons une réaction négative constante  $H_{R0}$ , il résulte:

$$H(j\omega) = \frac{H_F(j\omega)}{1 + H_F(j\omega)H_{R0}}$$

ainsi:

$$H(j\omega) = \frac{H_{F0}}{1 + H_{F0}H_{R0} + \frac{j\omega}{\omega_{F \max}}}$$



équivalent avec:

$$H(j\omega) = \frac{H_{F0}}{1 + H_{F0}H_{R0}} \frac{H_{F0}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{F \max}(1 + H_{F0}H_{R0})}}$$

Il est possible de trouver la forme suivante de  $H(j\omega)$ :

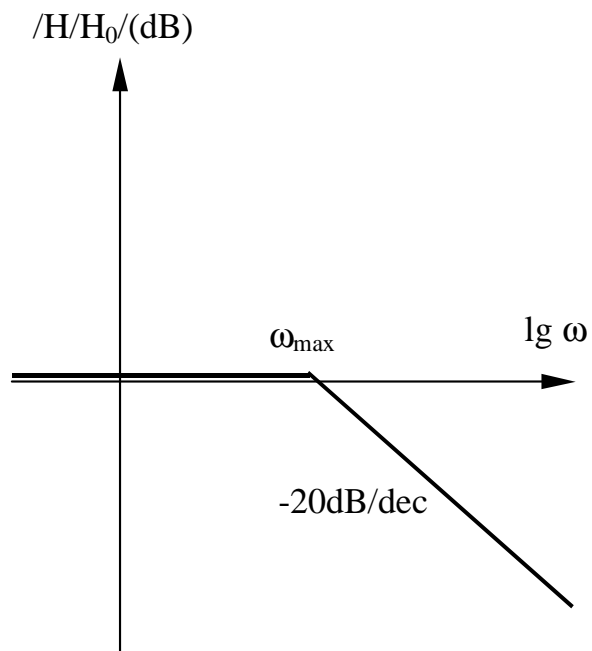
$$H(j\omega) = H_0 \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{\max}}}$$

où:

$$H_0 = \frac{H_{F0}}{1 + H_{F0}H_{R0}}$$

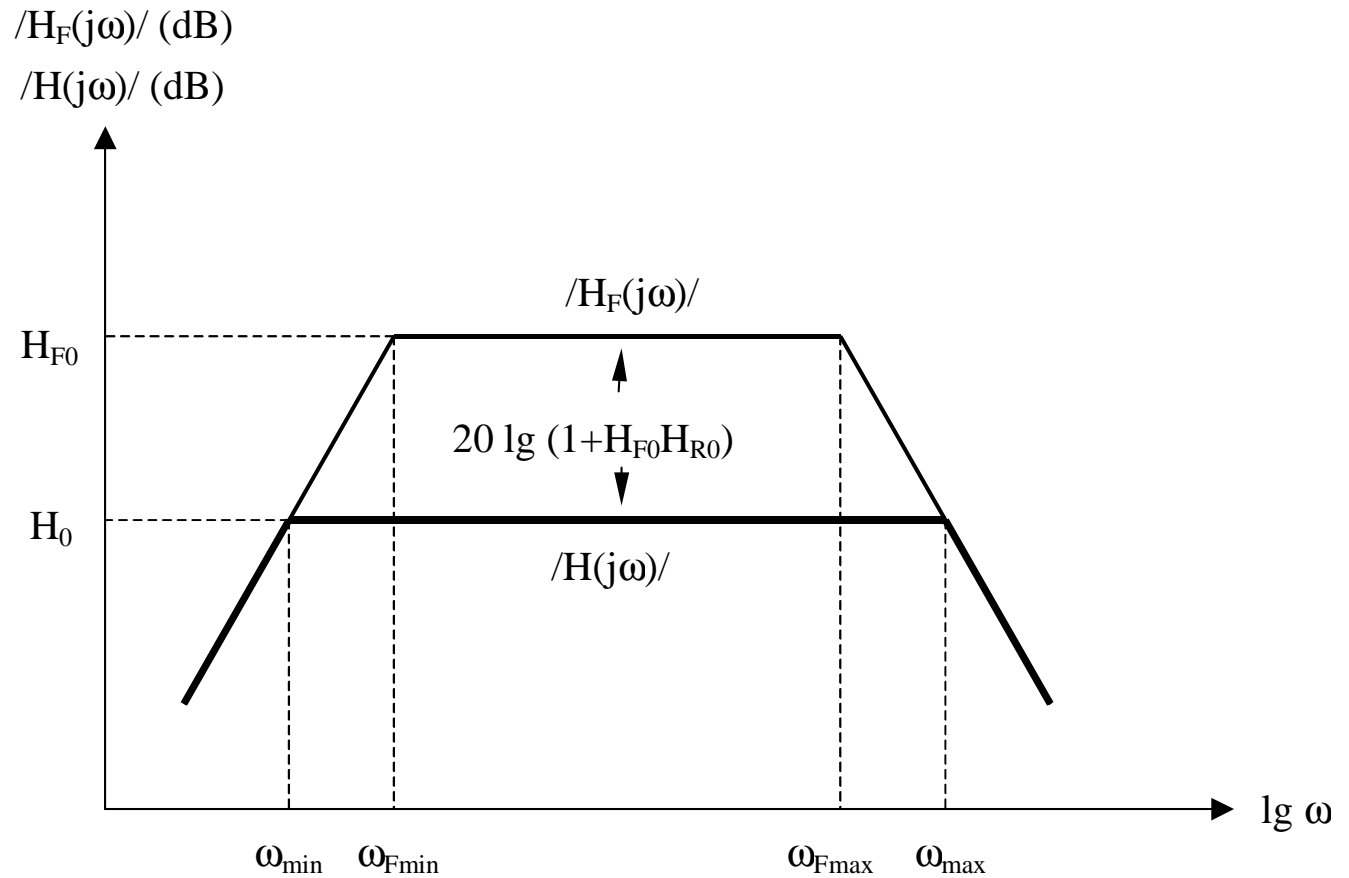
$$\omega_{\max} = \omega_{F \max}(1 + H_{F0}H_{R0})$$

**Conclusion:** *La largeur de bande d'amplificateur est augmentée avec le même facteur de la diminution de gain.*



### 6.3.3. L'amélioration de la réponse en fréquence

**Conclusion:**



### **6.3.4. L'impact sur des résistances d'entrée-sortie**

### 6.3.4. L'impact sur des résistances d'entrée-sortie

**La réaction change des résistances d'entrée-sortie de telle manière que l'amplificateur avec la réaction simule mieux un amplificateur idéal.**

$$R_i' = R_i (1 + T) \quad \text{pour des réactions de série}$$

$$R_i' = R_i (1 + T)^{-1} \quad \text{pour des réactions parallèles}$$

$$R_o' = R_o (1 + T) \quad \text{pour des réactions de série}$$

$$R_o' = R_o (1 + T)^{-1} \quad \text{pour des réactions parallèles}$$

## **6.4. Stabilité du circuits**

## **6.4.1. Algorithme pour déterminer la stabilité d'un circuit**



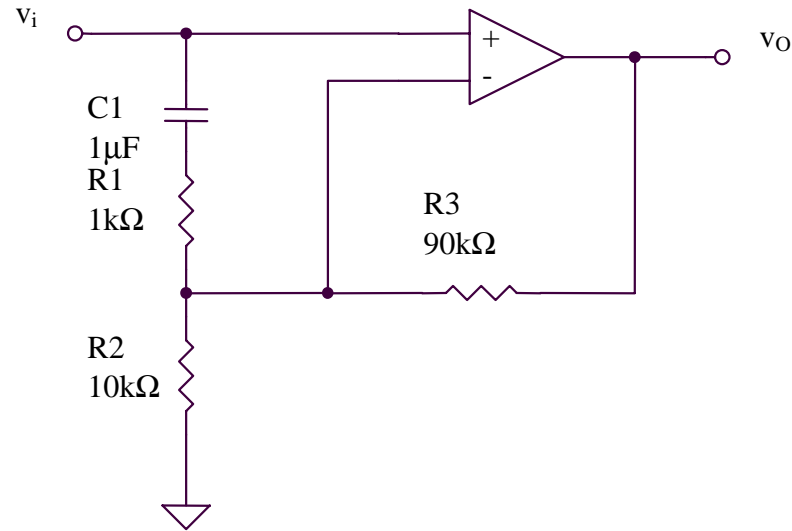
## 6.4.1. Algorithme pour déterminer la stabilité d'un circuit

1. Annulez la tension d'entrée
2. Coupez la boucle de réaction à un point arbitraire
3. Appliquez une tension d'essai à ce point,  $V_{\text{test}}$
4. Calculez la tension « de retour » au même point,  $V_{\text{tr}}$
5. Calculez le rapport de retour  $T = V_{\text{tr}}/V_{\text{test}}$
6. Représentez les diagrammes Bode pour  $T$
7. Représentez un trait horizontal à  $-180^\circ$ 
  - A. Si l'horizontal n'intersecte pas le graphique de phase, le circuit est stable
  - B. Si l'horizontal intersecte le graphique de phase à un point A, d'A représentez un axe vertical qui intersecte le diagramme de module au point B
    - a. si  $\angle T/B > 0$ , le circuit n'est pas stable
    - b. si  $\angle T/B = 0$ , le circuit est à la limite de stabilité
    - c. si  $\angle T/B < 0$ , le circuit est stable. Dans ce cas-ci il est possible de déterminer la marge de phase: identifiez le point C dans lequel  $\angle T/ = 0$ , représentez un axe vertical de ce point, qui intersectera le diagramme de phase au point D. La marge de phase est  $\Delta\varphi = 180^\circ + \varphi(D)$

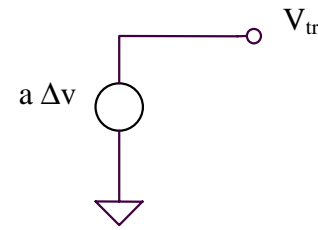
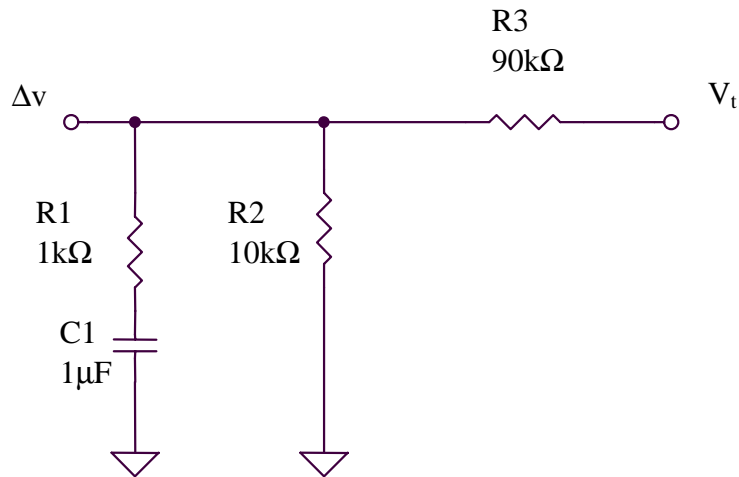
## **6.4.2. Example 1**

## 6.4.2. Example 1

Évaluez la stabilité du circuit suivant



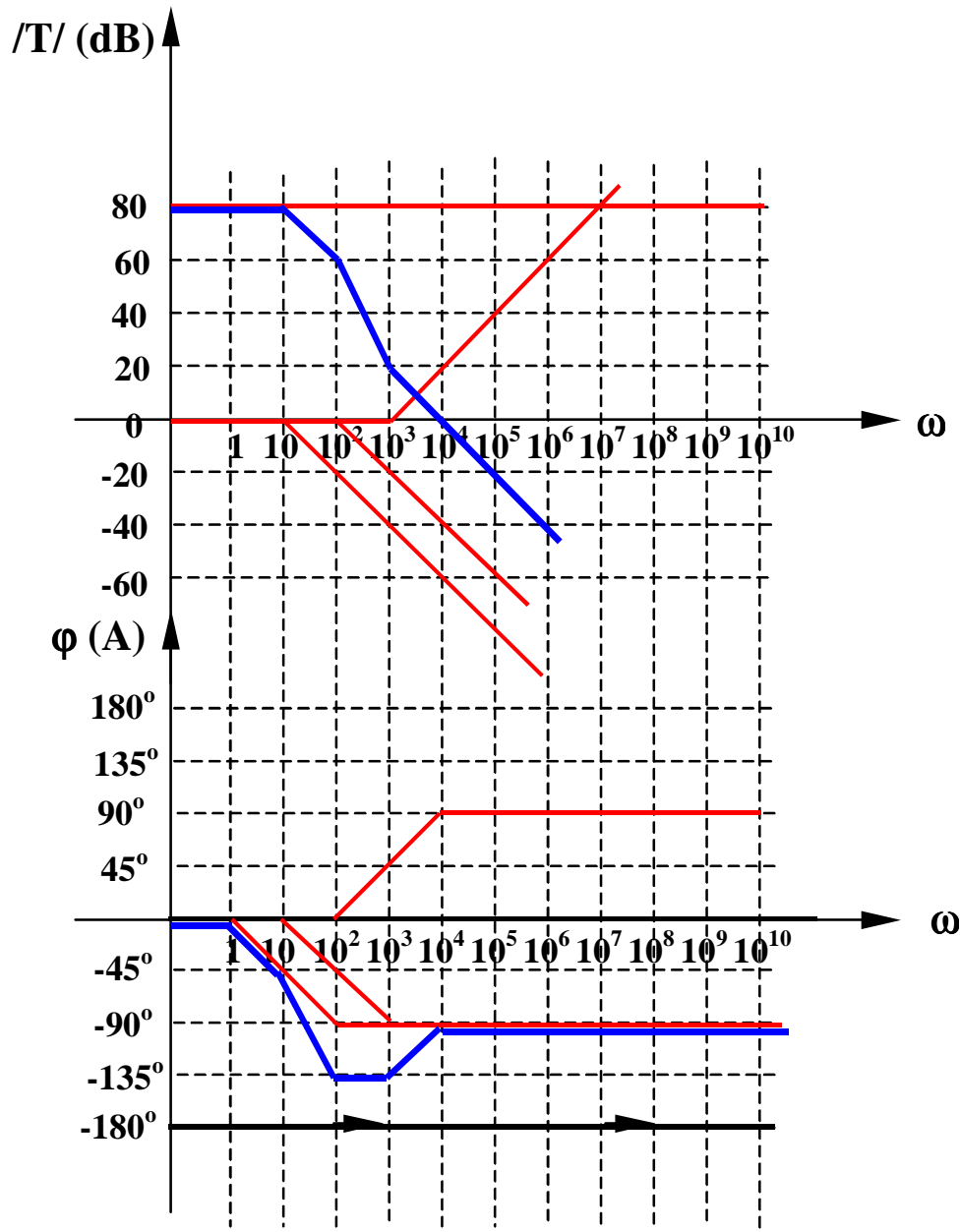
$$a(j\omega) = \frac{10^5}{1 + j\frac{\omega}{10}}$$



$$T = \frac{V_{tr}}{V_t} = \frac{a\Delta v}{V_t} = a \frac{R_2 // (R_1 + X_{C1})}{R_2 // (R_1 + X_{C1}) + R_3}$$

$$T = a \frac{\frac{R_2(1 + j\omega C_1 R_1)}{1 + j\omega C_1(R_1 + R_2)}}{\frac{R_2(1 + j\omega C_1 R_1)}{1 + j\omega C_1(R_1 + R_2)} + R_3} = a \frac{R_2}{R_2 + R_3} \frac{1 + j\omega C_1 R_1}{1 + j\omega C_1 [R_1 + (R_2 // R_3)]}$$

$$T = 10^4 \frac{1 + j \frac{\omega}{10^3}}{\left(1 + j \frac{\omega}{10}\right) \left(1 + j \frac{\omega}{10^2}\right)}$$

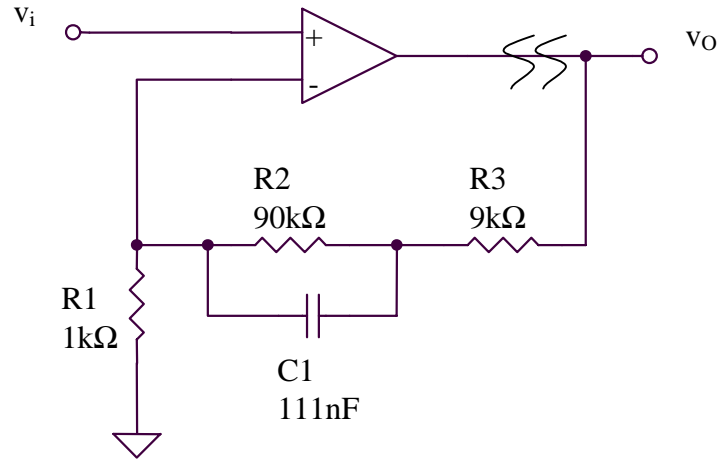


**Le trait horizontal n'intersecte pas le diagramme de phase, ainsi le circuit est stable.**

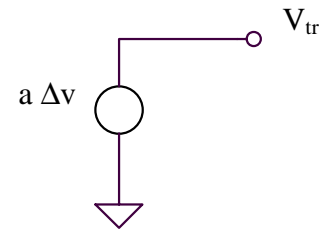
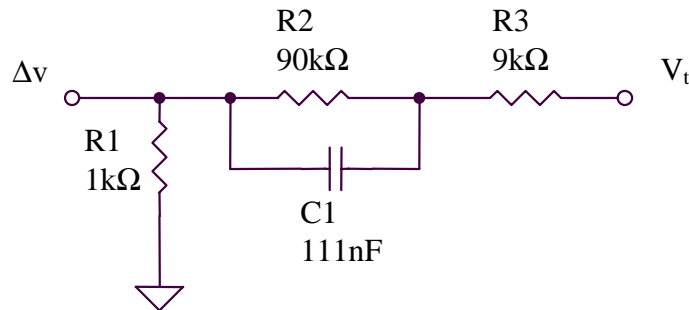
### **6.4.3. Example 2**

## 6.4.3. Example 2

Évaluez la stabilité du circuit suivant



$$a(j\omega) = \frac{10^5}{1 + j\frac{\omega}{10}}$$

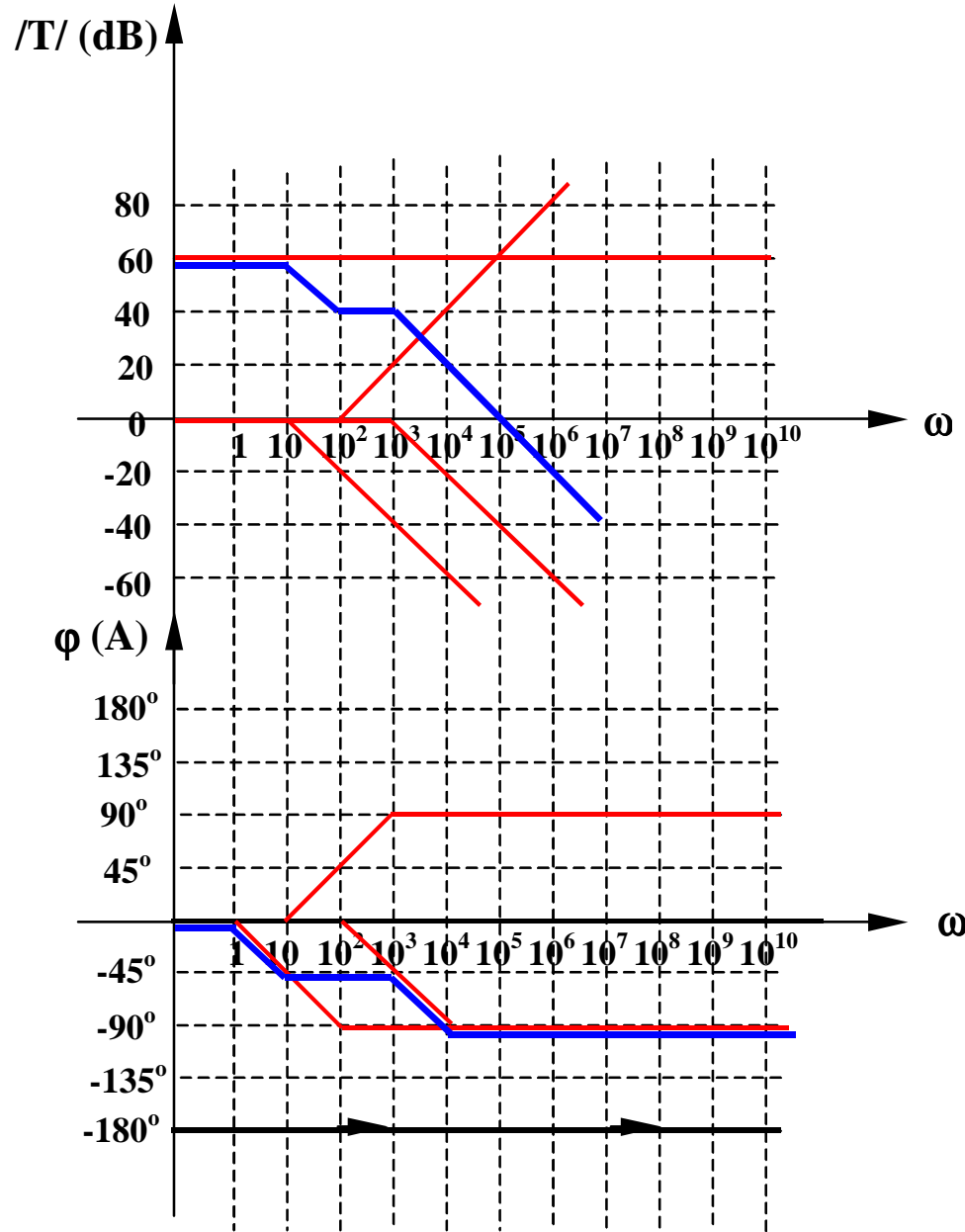


$$T = \frac{V_{tr}}{V_t} = \frac{a\Delta v}{V_t} = a \frac{R_1}{R_1 + R_3 + R_2 // X_{C1}}$$

$$T = a \frac{R_1}{R_1 + R_3 + \frac{R_2}{1 + j\omega C_1 R_2}} = a \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \frac{1 + j\omega C_1 R_2}{1 + j\omega C_1 [R_2 // (R_1 + R_3)]}$$

$$T = 10^3 \frac{1 + j \frac{\omega}{10^2}}{\left(1 + j \frac{\omega}{10}\right) \left(1 + j \frac{\omega}{10^3}\right)}$$



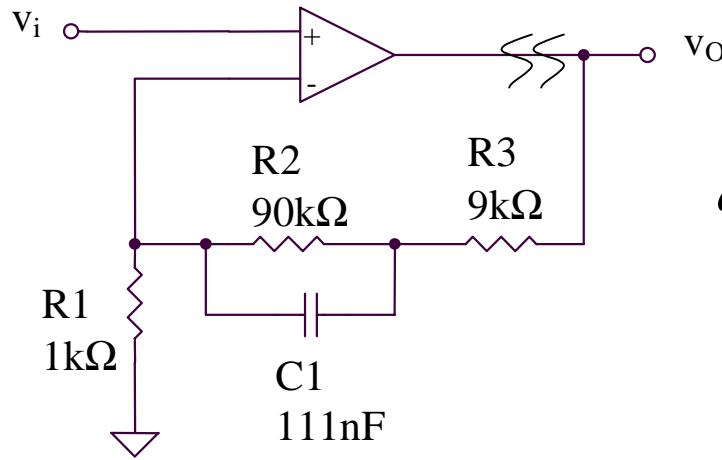


**Le trait horizontal n'intersecte pas le diagramme de phase, ainsi le circuit est stable.**

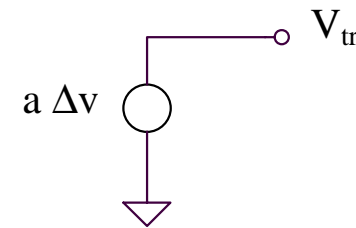
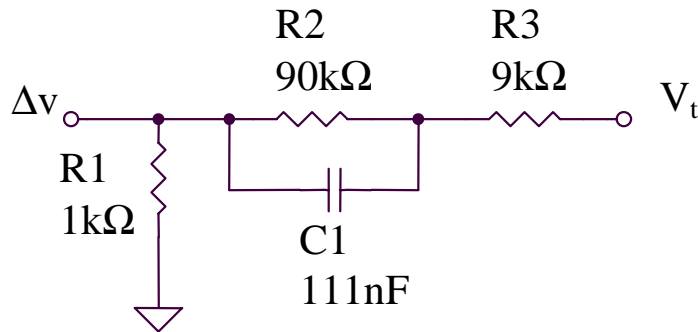
### **6.4.4. Exemple 3**

### 6.4.4. Exemple 3

Évaluez la stabilité du circuit suivant



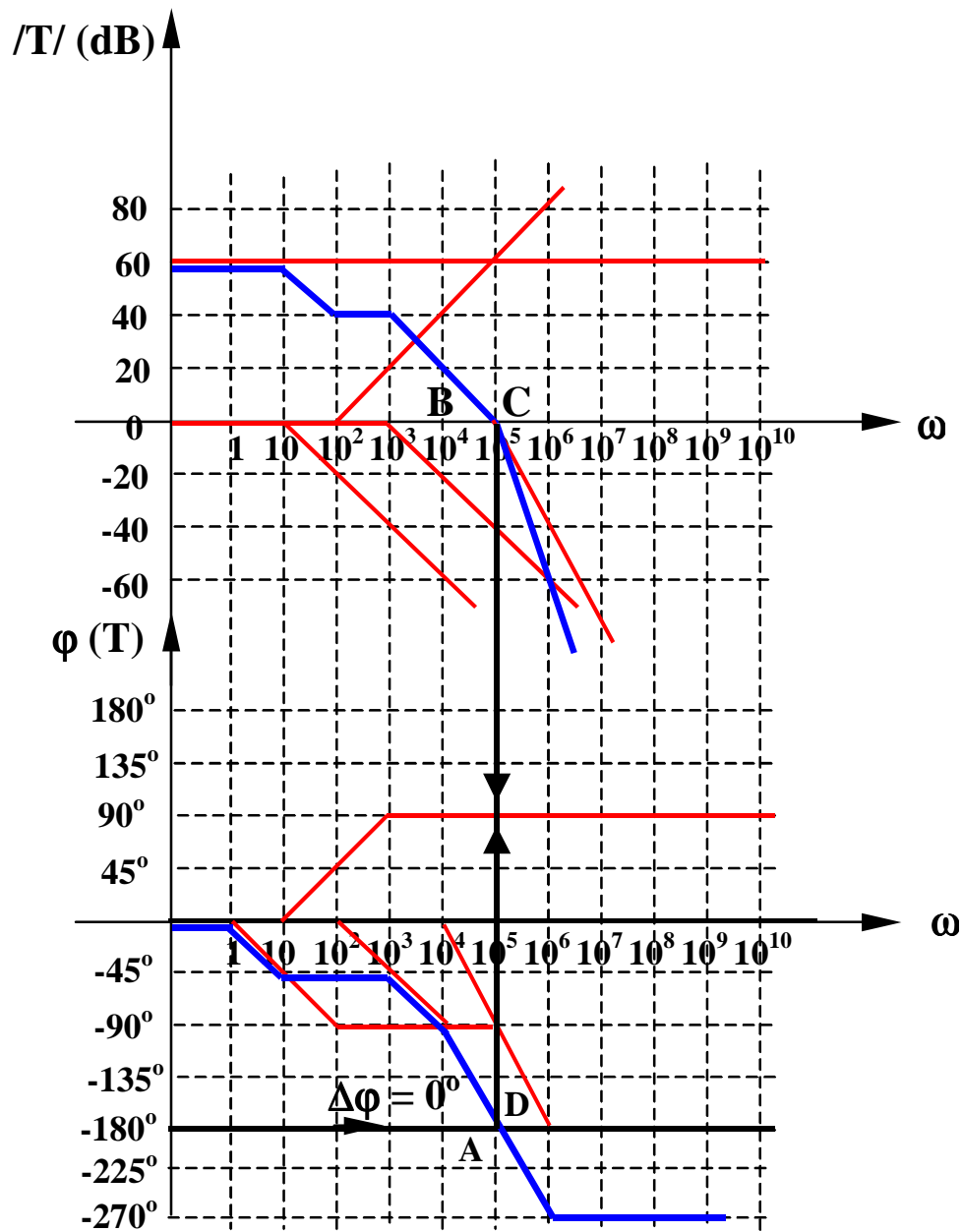
$$a(j\omega) = \frac{10^5}{\left(1 + j\frac{\omega}{10}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{10^5}\right)^2}$$



$$T = \frac{V_{tr}}{V_t} = \frac{a\Delta v}{V_t} = a \frac{R_1}{R_1 + R_3 + R_2 // X_{C1}}$$

$$T = a \frac{R_1}{R_1 + R_3 + \frac{R_2}{1 + j\omega C_1 R_2}} = a \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \frac{1 + j\omega C_1 R_2}{1 + j\omega C_1 [R_2 // (R_1 + R_3)]}$$

$$T = 10^3 \frac{1 + j\frac{\omega}{10^2}}{\left(1 + j\frac{\omega}{10}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{10^3}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{10^5}\right)^2}$$



**Le trait horizontal  $-180^\circ$  intersecte le diagramme de phase dans point A,  $|T_B| = 0$ , donc le circuit est a la limit de stabilite ( $\Delta\phi = 0$ ).**